

## Элементы алгебры

*Сдавать до 27.11.17*

**Задача 1°.** Выяснить, обратима ли матрица  $A$  с элементами из  $\mathbb{R}[x, y]$ .

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & y & 0 \\ x + y & 2x & 2 \\ y & x & 1 \end{bmatrix}$$

**Задача 2°.** Приведите матрицу  $A$  к нормальной форме Смита.

$$A = \begin{bmatrix} d^2 & d & 2d \\ 3d & 2d^2 & d \\ d & 4d & -d^2 + d \end{bmatrix}$$

**Задача 3°.** Докажите, что в поле не может быть нетривиальных идеалов, т. е. отличных от нулевого и самого поля.

**Задача 4.** Опишите все идеалы в кольце  $\mathbb{Z}$ .

**Задача 5.** Докажите, что всякое евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

**Задача 6.** Докажите, что кольцо  $\mathbb{R}[x, y]$  не является кольцом главных идеалов.