

Решения линейных уравнений

Сдавать до 30.10.17

Задача 1°. Рассмотрим неавтономное уравнение $\dot{x} = t^2 + \sin(x + t)x$, $x(0) = x_0$. Докажите, что $|x(t)| \leq Ke^t$.

Указание: используйте тот же метод, что и в лекции.

Задача 2. На лекции мы рассматривали прямоугольный контур C_p . Покажите, что интегралы по участкам II, III и IV этого контура стремятся к нулю при $\omega \rightarrow +\infty$.

Задача 3°. Формально получите решение в виде ряда для уравнения

$$\dot{x}(t) = x(t-1) + 1$$

с начальными данными $x(t) = 1$ при $t \in [-1, 0]$.

Задача 4. Докажите, что полученный в предыдущем упражнении ряд действительно является решением поставленной задачи Коши, т. е. определяет дифференцируемую функцию, удовлетворяющую уравнению и начальным условиям.

Задача 5. Формально получите решение в виде ряда для уравнения

$$\dot{x}(t) = 2x(t-1)$$

с начальными данными $x(t) = t$ при $t \in [-1, 0]$.

Задача 6. Используя те же идеи, формально получите решение на отрезке $[2, 4]$ для уравнения

$$\dot{x}(t) = \int_1^2 x(t-\tau) d\tau$$

с начальными данными $x(t) = 1$ при $t \in [0, 2]$.

Обратите внимание! Это уравнение с *распределенным запаздыванием*.