

Основные свойства уравнений с запаздыванием

Сдавать до 09.10.17

Задача 1. Рассмотрим схему на рисунке. Элемент D на ней осуществляет единичную задержку, т.е. его выход $y_D(t)$ и вход $u_D(t)$ связаны соотношением $y_D(t) = u_D(t - 1)$. Определите соотношение, связывающее выход $y(t)$ и вход $u(t)$ изображенной системы. Проанализируйте и объясните полученный результат.

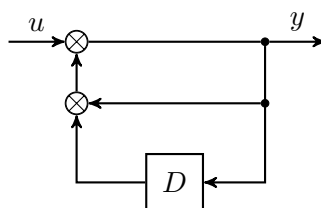


Рис. 1

Задача 2. Получите решение в квадратурах для логистического уравнения $\dot{x} = rx(1 - \frac{x}{K})$ при начальных условиях $x(0) = x_0$. Исследуйте решение на глобальную асимптотическую устойчивость и установите "физический смысл" константы K .

Задача 3°. Методом шагов получите решение уравнения Хатчинсона на интервале времени $[0; 3\tau]$. Начальные данные выберите постоянной ненулевой функцией.

Задача 4. Методом шагов получить общую формулу для решения уравнения $\dot{x}(t) = ax(t - 1)$. Начальные данные выберите постоянной ненулевой функцией.

Задача 5. Приведите пример линейного стационарного уравнения первого порядка с запаздыванием, имеющего ненулевое периодическое решение. Может ли быть такое решение у линейного стационарного уравнения первого порядка без запаздывания?

Задача 6°. Докажите, что если два решения уравнения $\dot{x}(t) = f(t, x(t - \tau))$ с непрерывной функцией f совпадают на промежутке длины не меньше τ , то они совпадают и всюду правее этого промежутка.

Задача 7. Рассмотрим систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t - \tau) \\ \dot{x}_2(t) = 0 \end{cases}$$

с начальными функциями ϕ_1, ϕ_2 . Покажите, что для любой непрерывной функции $\phi_2 : \phi_2(0) = 0, \int_0^{\tau} \phi_2(s) ds = 0$ и $\phi_1 \equiv 0$ соответствующее решение "склеивается" с нулевым решением.